

# ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP BÌNH SAI TRUY HỒI TRONG XỬ LÝ TOÁN HỌC SỐ LIỆU TRẮC ĐỊA

Lương Thanh Thạch; Phạm Trần Kiên  
Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường Hà Nội

## Tóm tắt

Bài báo này trình bày cơ sở toán học của phương pháp bình sai truy hồi (thuật toán Q) được ứng dụng hiệu quả trong việc xử lý toán học các mạng lưới trắc địa. So với các phương pháp truyền thống, phương pháp bình sai truy hồi có ưu điểm vượt trội với khả năng phát hiện, tìm kiếm và chỉnh sửa các trị đo thô.

**Từ khóa:** Phương pháp bình sai truy hồi, Mạng lưới trắc địa, Trị đo thô

## Abstract

### *Appication of recurrent adjustment method in geodetic data mathematical processing*

*This paper presents mathematical basis of recurrent adjustment method (Q algorithm). The method was applied effectively in the mathematical processing of geodetic networks. Comparing with traditional methods, the recurrent adjustment method has its own advantages such as the abilities of detection, finding, and modifying the crude error.*

**Keywords:** Recurrent adjustment method, Geodetic network, Crude error

## 1. Đặt vấn đề

Markuze (1986) dựa trên tính chất của phép lọc Kalman đã phát triển phương pháp bình sai truy hồi và được ứng dụng rất hiệu quả trong việc xử lý toán học các mạng lưới trắc địa. Phương pháp bình sai truy hồi sau đó được phát triển rất đa dạng theo các hướng như bình sai truy hồi với phép biến đổi xoay; thuật toán T thuận; thuật toán T nghịch; bình sai truy hồi với phép biến đổi xoay trung bình,...[4]. Ngoài việc xác định vectơ ản số  $X_i$  và ma trận nghịch đảo  $Q_i$  khi đưa vào bình sai truy hồi các trị đo  $y_p$ , phương pháp bình sai truy hồi còn cho phép phát hiện trị đo thô tồn tại trong các trị đo dư. Điều này đã khắc phục được rất nhiều hạn chế của các phương pháp bình sai truyền thống. Khi phát hiện trị đo thô, thuật toán cho phép tạm dừng tính toán để tìm kiếm, sửa chữa trị đo thô và tiếp tục quá trình cho đến khi kết thúc bình sai.

Do phương pháp bình sai truy hồi này chỉ tính toán với ma trận trọng số đảo của các ản số Q và được sử dụng để đưa các trị đo vào tính toán bình sai truy hồi, nên gọi phương pháp này là thuật toán truy hồi Q thuận.

## 2. Phương pháp bình sai truy hồi

Giả thiết mạng lưới trắc địa có n trị đo và sau khi tính toán bình sai truy hồi đối với (n-1) trị đo đầu tiên ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) chúng ta nhận được ma trận trọng số đảo của các ản số  $Q_{i-1}$ , vectơ số cải chính ản số  $\delta X_{i-1}$ , tổng  $\Omega_{i-1} = [PVV]_{i-1}$ , ở đây  $Q_{i-1} = R_{i-1}^{-1}$ , còn  $R_{i-1}$  - ma trận chuẩn được lập từ các phương trình số cải chính của  $i-1$  trị đo đầu tiên. Đối với trị đo thứ i là  $y_i$  với phương trình số cải chính có dạng  $v_i = a_i \cdot \delta X + l_i^{(0)}$  với trọng số  $p_i$ , quá trình đưa trị đo vào tính toán truy hồi được thực hiện theo các công thức sau [4]:

$$Q_i = Q_{i-1} - \frac{Z_i^T \cdot Z_i}{g_i} \quad (1)$$

$$\delta X_i = \delta X_{i-1} - \frac{Z_i^T}{g_i} \cdot l_i \quad (2)$$

$$[PVV]_i = [PVV]_{i-1} + \frac{l_i^2}{g_i} \quad (3)$$

ở đây vector

$$Z_i^T = Q_{i-1} \cdot a_i^T \quad (4)$$

còn số

$$g_i = P_i^{-1} + a_i \cdot Z_i^T \quad (5)$$

số hạng tự do

$$l_i = a_i \cdot \delta X_{i-1} + l_i^{(0)} \quad (6)$$

Để đánh giá độ chính xác hàm  $F(x)$  của đại lượng bình sai được khai triển tuyến tính dưới dạng  $F(X) = f \cdot \delta X + F(X^0)$ , chúng ta xác định trọng số đảo của nó theo công thức truy hồi sau [4]:

$$(Q_F)_i = (Q_F)_{i-1} - \frac{F_i^2}{g_i} \quad (7)$$

ở đây  $F_i = f \cdot Z_i^T$ .

Nếu trị đo  $y_i$  là trị đo dư, thì việc kiểm tra sự có mặt của các trị đo thô được thực hiện trên cơ sở so sánh số hạng tự do  $l_i$  (6) với hạn sai của nó  $(l_i)_p$ , được xác định theo công thức sau:

$$(l_i)_p = \pm \tau \cdot \sigma_0 \cdot \sqrt{g_i} \quad (8)$$

trong đó, đại lượng  $\tau$  tuân theo luật phân bố Student;  $\sigma_0$  - phương sai đơn vị trọng số; số  $g_i$  được xác định theo công thức (5).

Nếu  $l_i \leq (l_i)_p$  thì trị đo  $i$  được đưa vào tính toán bình sai truy hồi không phải trị đo thô. Trong trường hợp ngược lại - là trị đo thô.

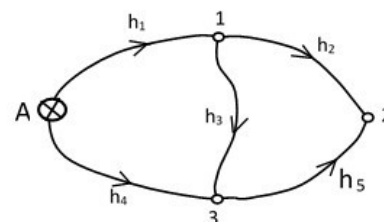
Để tiến hành bình sai truy hồi, với trị đo đầu tiên cần xác định ma trận ban đầu  $Q_0$ . Như đã chứng minh trong [4], ma trận ban đầu  $Q_0$  được xác định theo công thức (9):

$$Q_0 = 10^m \cdot E_{k \times k} \quad (9)$$

ở đây  $E$  - ma trận đơn vị bậc  $k$ , còn  $m$  là số được lựa chọn tùy theo yêu cầu về độ chính xác của kết quả tính toán. Theo khảo sát trong tài liệu [2], ma trận  $Q$  thay đổi khi giá trị  $m$  thay đổi từ 1 ÷ 5, còn khi  $m$  có giá trị lớn hơn 5 thì ma trận  $Q$  không thay đổi. Bên cạnh đó, trong tài liệu [4] cũng đã chỉ ra việc chọn  $m$  nhận giá trị từ 6 ÷ 10 tùy theo yêu cầu lưu giữ các thành phần của ma trận  $Q$  trong bộ nhớ của máy tính ở dạng độ chính xác đơn hay kép. Do vậy, trong tính toán thực nghiệm của bài báo này đã lựa chọn  $m = 6$ .

### 3. Thực nghiệm

Để luận chứng cho cơ sở lý thuyết bài toán, tiến hành tính toán thực nghiệm một mạng lưới độ cao trắc địa có sơ đồ như hình 1 dưới đây [1]:



Hình 1: Sơ đồ lưới độ cao thực nghiệm

Độ cao gốc:  $H_A = 12.000$  m

Số liệu đo được cho trong bảng 1 sau:

Bảng 1. Số liệu đo

STT	$h_i$ (m)	$n_i$ (trạm)
1	+1.935	15
2	+5.351	30
3	+2.921	10
4	+4.853	10
5	+2.432	25

## Nghiên cứu

### 3.1. Thực nghiệm bình sai truy hồi

- Tính độ cao gần đúng của các điểm 1, 2, 3:

$$H_1^0 = H_A + h_1 = 13.935 \text{ (m)}$$

$$H_2^0 = H_A + h_1 + h_2 = 19.286 \text{ (m)}$$

$$H_3^0 = H_A + h_4 = 16.853 \text{ (m)}$$

- Hệ số phương trình số cải chính, trọng số, số hạng tự do được thống kê ở bảng 2 sau:

**Bảng 2. Hệ số phương trình số hiệu chỉnh, trọng số và số hạng tự do**

STT	$dH_1$	$dH_2$	$dH_3$	$P_i = \frac{30}{n_i}$	$\lambda_i$ (m)
1	1	0	0	2.0	0.000
2	-1	1	0	1.0	0.00
3	-1	0	1	3.0	-0.003
4	0	0	1	1.5	0.00
5	0	1	-1	1.2	-0.001

Quá trình tính bình sai truy hồi trị đo từ trị đo thứ nhất đến trị đo cuối cùng cần xác định các giá trị  $l_i$ ;  $Z_i^T$ ;  $g_i$ ;  $[PVV]_i$ ;  $\delta X_i$ ;  $Q_i$  được thực hiện bằng các công thức từ (1) đến (6). Kết quả cuối cùng xác định được ma trận Q ở bảng 3, giá trị ẩn số ở bảng 4, độ cao sau bình sai ở bảng 5 dưới đây:

**Bảng 3. Ma trận Q sau khi đưa lần lượt các trị đo vào bình sai theo công thức (1)**

$$Q_5 = \begin{bmatrix} 0.32743 & 0.27434 & 0.23009 \\ 0.27434 & 0.74336 & 0.30088 \\ 0.23009 & 0.30088 & 0.35988 \end{bmatrix}$$

**Bảng 4. Kết quả giải nghiệm theo công thức (2)**

$\delta X =$	-0.00082 (m)
	0.00077 (m)
	0.00110 (m)

**Bảng 5. Độ cao sau bình sai**

Tên điểm	Độ cao gần đúng (m)	Số hiệu chỉnh (m)	Độ cao sau bình sai (m)
1	13.935	-0.00082	13.9342
2	19.286	0.00077	19.2868
3	16.853	0.00110	16.8541

**Đánh giá độ chính xác:**

- Theo công thức (3) tính được  $[PVV] = 0.00001$ ;

- Sai số trung phương trọng số đơn vị:

$$m_0 = \pm \sqrt{\frac{[PVV]}{n-t}} = \sqrt{\frac{0.00001}{5-3}} = 0.0022 \text{ (m)}$$

- Độ chính xác độ cao các điểm:

$$m_{H_1} = \pm 0.0022 \sqrt{0.32743} = \pm 0.0013 \text{ (m)}$$

$$m_{H_2} = \pm 0.0022 \sqrt{0.74336} = \pm 0.0019 \text{ (m)}$$

$$m_{H_3} = \pm 0.0022 \sqrt{0.35988} = \pm 0.0013 \text{ (m)}$$

Như vậy, so sánh kết quả của bài toán thực nghiệm này được giải bằng phương pháp bình sai truy hồi thuật toán Q với phương pháp truyền thống được trình bày theo tài liệu [1] cho kết quả như nhau.

### 3.2. Thực nghiệm phát hiện trị đo có sai số thô

Giả sử với số liệu đo được cho trong bảng 1, để kiểm tra tính hiệu quả của việc phát hiện, tìm kiếm và sửa chữa trị đo thô ngay trong quá trình tính toán bình sai đối với thuật toán Q, chúng ta tạo trị đo chênh cao  $h_4 = +4.853$  m thành trị đo có sai số  $h_4 = +4.583$  m. Đồng thời, theo tài liệu [3],

lựa chọn sai số trung phương trọng số một cách tiên nghiệm  $\sigma_0 = \pm 0.005m$  và đại lượng  $\tau = 2.5$  tương ứng với yêu cầu xác suất tìm được trị đo thô bằng 0.988.

Dựa theo các công thức (6) và (8), tính được  $l_4 = -0.267m$  và  $(l_4)_\phi = \pm 0.015m$ . Như vậy, có thể kết luận rằng trị đo chênh cao  $h_4$  là trị đo có chứa sai số thô.

#### 4. Kết luận

Ngoài các ưu điểm của bình sai truy hồi đã được nêu trong [2], phương pháp bình sai truy hồi còn giải quyết được các vấn đề quan trọng khác như cập nhật trị đo mới (bổ sung trị đo, loại bỏ trị đo) và có khả năng phát hiện, tìm kiếm để sửa chữa các trị đo có chứa sai số thô.

Tuy nhiên, do ma trận  $Q$  là ma trận đầy nên quá trình tính toán xảy ra việc tích lũy sai số làm tròn và chiếm một lượng lớn bộ nhớ của máy tính điện tử. Vấn đề này sẽ được nghiên cứu giải quyết trong các công trình tiếp theo.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Ninh Thị Kim Anh, Trần Thị Thu Trang (2011). *Giáo trình lý thuyết sai số*. Trường Đại học Tài nguyên và Môi trường Hà Nội, Hà Nội.

[2]. Lê Anh Cường (2013). *Nghiên cứu ứng dụng phương pháp bình sai truy hồi trong xử lý số liệu lưới trắc địa*. Tạp chí Khoa học Tài nguyên và Môi trường. Số 01 - tháng 09/2013, trg 48 - 53;

[3]. Bùi Đăng Quang (2012). *Nghiên cứu hoàn thiện các phương pháp xử lý toán học trị đo bổ sung trong các mạng lưới trắc địa quốc gia*. Luận án tiến sĩ kỹ thuật. Trường Đại học Mỏ - Địa chất, Hà Nội.

[4]. Hà Minh Hòa (2013). *Phương pháp bình sai truy hồi với phép biến đổi xoay*. Nhà Xuất bản Khoa học và Kỹ thuật, Hà Nội.

[5]. Bùi Thị Hồng Thắm (2009). *Nghiên cứu áp dụng phương pháp bình sai lặp để tìm kiếm các trị đo thô*. Tạp chí Khoa học Đo đạc và Bản đồ. Số 1, tháng 9/ 2009, trg. 37- 41.

---

#### THỰC TRẠNG XÂY DỰNG VÀ THỰC THI... (tiếp theo trang 103)

tạo điều kiện thuận lợi tối đa để thúc đẩy phát triển kinh tế và mang lại nguồn thu thuế cho ngân sách Nhà nước.

#### 5. Kết luận

Đất đai là vấn đề lớn, phức tạp, đòi hỏi phải có công cụ quản lý hiệu quả, góp phần đảm bảo ổn định chính trị, xã hội, phát triển kinh tế, do đó chính sách pháp luật đất đai luôn được Đảng, Nhà nước coi trọng, quan tâm hoàn thiện trong suốt quá trình xây dựng và phát triển. Xây dựng và hoàn thiện chính sách pháp luật đất đai được xem là một trong những mục tiêu và giải pháp để phục vụ cho phát triển kinh tế, ổn định xã hội, bảo đảm quốc phòng, an ninh; việc nhận định đúng những kết quả đạt được, đánh

giá đúng những hạn chế, nguyên nhân và những thách thức mới để đề xuất những định hướng lớn nhằm tiếp tục hoàn thiện hệ thống pháp luật đất đai - công cụ pháp lý cho quản lý Nhà nước về đất đai là yêu cầu, nhiệm vụ rất quan trọng; đi cùng với các ngành, lĩnh vực khác, đất đai đóng góp xứng đáng cho sự phát triển kinh tế, xã hội của đất nước, góp phần thực hiện thắng lợi sự nghiệp công nghiệp hóa, hiện đại hóa đất nước.

#### TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. Luật Đất đai năm 2013 và các văn bản hướng dẫn thi hành

[2]. Báo cáo đánh giá 2 năm thi hành Luật đất đai năm 2013.